

# INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HUNEDOARA

## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapă locală - 6 februarie 2026

### Clasa a VIII-a - Barem

1. a) Verificare prin calcul direct	10p
b) Dacă triunghiul este echilateral avem $E = 1$ deci $[E] = 1$ .	4p
Dacă triunghiul nu este echilateral atunci $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 > 0$ ceea ce	2p
conduce la $a^2 + b^2 + c^2 > ab + bc + ca$ , de unde $E < 1$ .	2p
Cum $a, b, c > 0$ obținem $0 < E < 1$ , deci $[E] = 0$ .	3p

  

2. a) Avem $MN \parallel BC$ . Ipoteza conduce la $VA \perp BC$ de unde obținem concluzia.	10p
b) Avem $AM \equiv VM, AN \equiv VN \Rightarrow \triangle AMN \equiv \triangle VMN$	6p
$\Rightarrow \sphericalangle AMN \equiv \sphericalangle VMN$	2p
Dar $\sphericalangle VMN \equiv \sphericalangle VBC$ ceea ce conduce la concluzie	3p

  

3. a) Avem $E(x; y) = \sqrt{(x - 2)^2 + 1} + \sqrt{(y - 3)^2 + 1}$	4p
$E(x; y) \geq 1 + 1 = 2$ .	4p
Suntem conduși la concluzia că egalitatea $E(x; y) = 2$ se realizează doar în cazul	
$x = 2, y = 3$ .	2p
b) Dacă $a, b \in \mathbb{N}$ atunci $\sqrt{a} + \sqrt{b} \in \mathbb{N}$ doar dacă $a, b$ sunt pătrate perfecte.	2p
Atunci $E(x; y) \in \mathbb{Z}$ când $(x - 2)^2 + 1$ și $(y - 3)^2 + 1$ sunt pătrate perfecte.	4p
Cum singurele pătrate perfecte consecutive sunt 0 și 1 obținem o singură pereche convenabilă, respectiv $(x; y) = (2; 3)$	5p

## INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HUNEDOARA

4.	<b>a)</b> Deoarece din fiecare vârf pornesc 3 muchii, deducem că suma inițială a celor 12 numere scrise pe muchii este $3 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) = 108$ .	<b>4p</b>
	La această sumă fiecare vârf apare de trei ori. Prin urmare suma crește cu 9 , deci devine 117 după o singură transformare.	<b>6p</b>
	<b>b)</b> Suma inițială este 108 și se adună 9 succesiv, deci suma este întotdeauna divizibilă cu 9.	<b>6p</b>
	Cum 12345 nu se divide cu 9 deducem că nu există un astfel de set de transformări.	<b>5p</b>

### NOTĂ

- Orice soluție corectă se punctează similar baremului
- Se acorda 16 puncte din oficiu
- Punctajul maxim este de 100 puncte